

2019 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（一）

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时， $x + x^2 + x^3 + x^4$ 的 x 为（ ）

A. 等价无穷小 B. 2 价无穷小 C. 3 价无穷小 D. 4 价无穷小

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x =$

A. $-e^2$ B. $-e$ C. e D. e^2

3. 设函数 $y = \cos 2x$ ，则 $y' =$

A. $y = 2 \sin 2x$ B. $y = -2 \sin 2x$ C. $y = \sin 2x$ D. $y = -\sin 2x$

4. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 可导， $f'(x) > 0$ ， $f(a)f(b) < 0$ ，则 $f(x)$ 在 (a, b) 零点的个数为（ ）

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

5. 设 $2x$ 为 $f(x)$ 的一个原函数，则 $f(x) =$ （ ）

A. 0 B. 2 C. x^2 D. $x^2 + C$

6. 设函数 $f(x) = \arctan x$ ，则 $\int f'(x) dx =$ （ ）

A. $-\arctan x + C$ B. $-\frac{1}{1+x^2} + C$ C. $\arctan x + C$ D. $\frac{1}{1+x^2} + C$

7. 设 $I_1 = \int_0^1 x^2 dx$ ， $I_2 = \int_0^1 x^3 dx$ ， $I_3 = \int_0^1 x^4 dx$ ，则（ ）

A. $I_1 > I_2 > I_3$ B. $I_2 > I_3 > I_1$ C. $I_3 > I_2 > I_1$ D. $I_1 > I_3 > I_2$

8. 设函数 $z = x^2 e^y$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,0)} =$ （ ）

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

9. 平面 $x + 2y - 3z + 4 = 0$ 的一个法向量为（ ）

A. (1, -3, 4) B. (1, 2, 4) C. (1, 2, -3) D. (2, -3, 4)

10. 微分方程 $y'' + (y')^3 + y^4 = 0$ 的阶数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题：11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分。将答案填写在答题卡相应题号后。

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 5x, & x < 0 \\ a, & x \geq 0 \end{cases}$ ，在点 $x=0$ 处连续，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

13. 设函数 $y = e^{2x}$ ，则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 函数 $f(x) = x^3 - 12x$ 的极小值点 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

15. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

16. $\int_{-1}^1 x \tan^2 x dx = \underline{\hspace{2cm}}$

17. 设函数 $z = x^3 + y^2$ ， $dz = \underline{\hspace{2cm}}$

18. 设函数 $z = x \arcsin y$ ，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

19. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛半径为 $\underline{\hspace{2cm}}$

20. 微分方程 $y' = 2x$ 的通解 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

三、解答题：21~28 题，共 70 分，接答应写出推理、演算步骤

21. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 2kx}{x} = 2$ ，求 k

22. 设函数 $y = \sin(2x-1)$, 求 y'

23. 设函数 $y = x \ln x$, 求 y''

24. 计算 $\int \left(x^{\frac{1}{3}} + e^x \right) dx$

25. 设函数 $z = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, 求 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y}$

26. 设 D 是由曲线 $x = 1 - y^2$ 与 x 轴、 y 轴, 在第一象限围成的有界区域
如图所示, 求:

(1) D 的面积 S

(2) D 绕 x 轴旋转所得旋转体的体积 V

27. 求微分方程 $y'' - 5y' - 6y = 0$ 的通解

28. 计算二重积分 $I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ ，其中 D 是由曲线 $x^2 + y^2 = 1$ ， $y = x$ 。

X 轴在第一象限围成的有界区域

2019 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（一）试题答案解析

1. 【答案】A

【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + x^2 + x^3 + x^4}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x + x^2 + x^3) = 1$

故 $x + x^2 + x^3 + x^4$ 是 x 的等价无穷小.

2. 【答案】D

【解析】 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^x = \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^{\frac{x}{2} \cdot 2} = \left[\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^{\frac{x}{2}} \right]^2 = e^2$

3. 【答案】B

【解析】 $y' = (\cos 2x)' = -\sin 2x \cdot (2x)' = -2 \sin 2x.$

4. 【答案】C

【解析】由零点存在定理可知, $f(x)$ 在 (a, b) 上必有零点. 且函数是单调函数. 故其在 (a, b) 上只有一个零点.

5. 【答案】B

【解析】由题可知 $\int f(x)dx = 2x + C$, 故 $f(x) = (\int f(x)dx)' = (2x + C)' = 2$

6. 【答案】C

【解析】 $\int f'(x)dx = f(x) + C = \arctan x + C$

7. 【答案】A

【解析】在区间 $(0, 1)$ 内. 有 $x^2 > x^3 > x^4$ 由积分的性质可知

$$\int_0^1 x^2 dx > \int_0^1 x^3 dx > \int_0^1 x^4 dx \text{ 即 } I_1 > I_2 > I_3$$

8. 【答案】D

【解析】 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xe^y$, 故 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,0)} = 2 \times 1 \times 1 = 2$

9. 【答案】C

【解析】平面的法向量即平面方程的系数 $\{1, 2, -3\}$.

10. 【答案】B

【解析】微分方程中导数的最高阶数称为微分方程的阶，本题最高是2阶导数，故本题阶数为2.

11. 【答案】2

【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x} = 2.$

12. 【答案】0

【解析】由于 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，故有 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 5x = 0 = f(0) = a$

13. 【答案】 $2e^{2x}dx$

【解析】 $dy = d(e^{2x}) = e^{2x} \cdot (2x)'dx = 2e^{2x}dx$

14. 【答案】2

【解析】 $f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x-2)(x+2)$, 当 $x=2$ 或 $x=-2$ 时, $f'(x) = 0$

当 $x < -2$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $-2 < x < 2$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > 2$ 时, $f'(x) > 0$

因此 $x=2$ 是极小值点。

15. 【答案】 $\arcsin x + C$

【解析】 $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C.$

16. 【答案】0

【解析】被积函数 $x \tan^2 x$ 在对称区间 $[-1, 1]$ 上是奇函数，

故 $\int_{-1}^1 x \tan^2 x dx = 0.$

17. 【答案】 $3x^2 dx + 2y dy$

【解析】 $\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2, \frac{\partial z}{\partial y} = 2y$ 所以 $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = 3x^2 dx + 2y dy$

18. 【答案】 0

【解析】 $\frac{\partial z}{\partial x} = \arcsin y, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$.

19. 【答案】 1

【解析】 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n = \sum_{n=0}^{\infty} nx^n$, 设 $a_n = n$. 则有 $\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n}) = 1$

故其收敛半径为 $R = \frac{1}{\rho} = 1$.

20. 【答案】 $x^2 + C$

【解析】微分方程 $y' = 2x$ 是可分离变量的微分方程, 两边同时积分得

$$\int y' dx = \int 2x dx \Rightarrow y = x^2 + C.$$

21. 【答案】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 2kx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} + 2k = 1 + 2k = 2$, 故 $k = \frac{1}{2}$.

22. 【答案】 $y' = [\sin(2x-1)]' = \cos(2x-1) \cdot (2x-1)' = 2\cos(2x-1)$.

23. 【答案】 $y' = (x)' \ln x + x(\ln x)' = \ln x + 1$, 故 $y'' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$.

24. 【答案】 $\int (x^{\frac{1}{3}} + e^x) dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx + \int e^x dx = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} x^{1+\frac{1}{3}} + e^x + C$

25. 【答案】 $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{x^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{y^2}$, 故
 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{x^2} \cdot x^2 + \frac{1}{y^2} \cdot y^2 = -1 + 1 = 0$

26. 【答案】

(1) 积分区域 D 可表示为: $0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1-y^2$,

$$S = \int_0^1 (1-y^2) dy = \left(y - \frac{1}{3} y^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3}.$$

$$(2) \quad V = \int_0^1 \pi y^2 dx = \pi \int_0^1 (1-x) dx = \frac{\pi}{2}$$

27. 【答案】

特征方程 $r^2 - 5r - 6 = 0$, 解得 $r_1 = -1$ 或 $r_2 = 6$,

故微分方程的通解为 $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{6x}$ (C_1, C_2 为任意常数)

28. 【答案】 积分区域用极坐标可表示为: $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq r \leq 1$,

$$\text{所以 } I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^1 r^2 \cdot r dr = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{16}.$$