

# 2018 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

## 高等数学（一）

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = ( \quad )$

- A. e    B. 2    C. 1    D. 0

2. 设  $y = 1 + \cos x$ ，则  $dy = ( \quad )$

- A.  $(1 + \sin x)dx$     B.  $(1 - \sin x)dx$     C.  $\sin x dx$     D.  $-\sin x dx$

3. 若函数  $f(x) = 5^x$ ，则  $f'(x) = ( \quad )$

- A.  $5^{x-1}$     B.  $x5^{x-1}$     C.  $5^x \ln 5$     D.  $5^x$

4.  $\int \frac{1}{2-x} dx = ( \quad )$

- A.  $\ln|2-x| + C$     B.  $-\ln|2-x| + C$     C.  $-\frac{1}{(2-x)^2} + C$     D.  $\frac{1}{(2-x)^2} + C$

5.  $\int f'(2x) dx = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{2}f(2x) + C$     B.  $f(2x) + C$     C.  $2f(2x) + C$     D.  $\frac{1}{2}f(x) + C$

6. 若  $f(x)$  为连续的奇函数，则  $\int_{-1}^1 f(x) dx =$

- A. 0    B. 2    C.  $2f(-1)$     D.  $2f(1)$

7. 若二元函数  $z = x^2 y + 3x + 2y$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial x} = ( \quad )$

- A.  $2xy + 3 + 2y$     B.  $xy + 3 + 2y$     C.  $2xy + 3$     D.  $xy + 3$

8. 方程  $x^2 + y^2 - 2z = 0$  表示的二次曲面是  $( \quad )$

- A. 柱面    B. 球面    C. 旋转抛物面    D. 椭球面

9. 已知区域  $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ ，则  $\iint_D x dx dy = ( \quad )$

- A. 0    B. 1    C. 2    D. 4

10. 微分方程  $yy' = 1$  的通解为 ( )

- A.  $y^2 = x + C$    B.  $\frac{1}{2}y^2 = x + C$    C.  $y^2 = Cx$    D.  $2y^2 = x + C$

二、填空题: 11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分

11. 曲线  $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 4$  的拐点为 \_\_\_\_\_

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} =$  \_\_\_\_\_

13. 若函数  $f(x) = x - \arctan x$ , 则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_

14. 若  $y = e^{2x}$ , 则  $dy =$  \_\_\_\_\_

15.  $\int (2x + 3) dx =$  \_\_\_\_\_

16.  $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx =$  \_\_\_\_\_

17.  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx =$  \_\_\_\_\_

18.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} =$  \_\_\_\_\_

19.  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx =$  \_\_\_\_\_

20. 若二元函数  $z = x^2 y^2$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_

三、解答题: 21~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤

21. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{3 \sin x}{x}, & x < 0 \\ 3x + a, & x \geq 0 \end{cases}$ , 在  $x = 0$  处连续, 求  $a$

22. 求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)}$

23. 设函数  $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$ , 求  $f''(0)$

24. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2}$

25. 求  $\int x \cos x dx$

26. 求函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$  的极值

27. 求微方程  $y' - \frac{1}{x}y = 2 \ln x$  的通解

28. 设区域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$ , 计算  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$

2018 年成人高等学校专升本招生全国统一考试  
高等数学（一）试题答案解析

1. 【答案】D

【解析】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{0}{1} = 0$

2. 【答案】D

【解析】  $y' = (1 + \cos x)' = -\sin x$ ，故  $dy = -\sin x dx$

3. 【答案】C

【解析】  $f'(x) = (5^x)' = 5^x \ln 5$

4. 【答案】B

【解析】  $\int \frac{1}{2-x} dx = -\ln|2-x| + C$

5. 【答案】A

【解析】  $\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C$

6. 【答案】A

【解析】因为  $f(x)$  为连续的奇函数，故  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$

7. 【答案】C

【解析】  $z = x^2 y + 3x + 2y$ ，故  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 3$

8. 【答案】C

【解析】  $x^2 + y^2 - 2z = 0$  可化为  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = z$ ，故表示的是旋转抛物面

9. 【答案】A

【解析】  $\iint_D x dx dy = \int_{-1}^1 x dx \int_{-1}^1 dy = 2 \int_{-1}^1 x dx = 0$

10. 【答案】B

【解析】原方程分离变量得  $ydy = dx$ ，两边同时积分得  $\frac{1}{2}y^2 = x + C$ ，故方程的通解为  $\frac{1}{2}y^2 = x + C$

11. 【答案】(2, -6)

【解析】 $y' = 3x^2 - 12x + 3$ ， $y'' = 6x - 12$ ，令  $y'' = 0$ ，则  $x = 2, y = -6$ ，故拐点为 (2, -6)

12. 【答案】 $e^{-3}$

【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [1 + (-3x)]^{\frac{1}{-3x}(-3)} = e^{-3}$

13. 【答案】 $\frac{x^2}{1+x^2}$

【解析】 $f(x) = x - \arctan x$ ，则  $f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{1+x^2}$

14. 【答案】 $2e^{2x}dx$

【解析】 $y' = (e^{2x})' = 2e^{2x}$ ，则  $dy = 2e^{2x}dx$

15. 【答案】 $x^2 + 3x + C$

【解析】 $\int (2x + 3)dx = x^2 + 3x + C$

16. 【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】 $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2)dx = \left( \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}$

17. 【答案】2

【解析】 $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^\pi \sin \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^\pi = 2$

18. 【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot \left(1 - \frac{1}{3^n}\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right) = \frac{3}{2}$

19. 【答案】 1

【解析】  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{+\infty} = 1$

20. 【答案】  $4xy$

【解析】  $z = x^2 y^2, \frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^2, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 4xy$

21. 【答案】  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin x}{x} = 3$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + a) = a$$

且  $f(0) = a$

因为  $f(x)$  在  $x=0$  处连续

所以  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$

$$a = 3$$

22. 【答案】  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x + 1}{x + 1}$$
$$= \frac{5}{2}$$

23. 【答案】  $f'(x) = 2 + \frac{3}{3x + 2}$

$$f''(x) = -\frac{9}{(3x + 2)^2}$$

故  $f''(0) = -\frac{9}{4}$

24. 【答案】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{3} \cos 3t \Big|_0^x}{x^2}$



$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3}(1 - \cos 3x)}{x^2} \\
&= \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{9}{2}x^2}{x^2} \\
&= \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

25. 【答案】  $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx$   
 $= x \sin x + \cos x + C$

26. 【答案】  $f'(x) = x^2 - x$ , 令  $f'(x) = 0$ , 得  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$ ,

当  $x < 0$  或  $x > 1$  时,  $f'(x) > 0$ , 此时  $f(x)$  为单调增加函数

当  $0 < x < 1$  时,  $f'(x) < 0$ , 此时  $f(x)$  为单调减少函数

故当  $x = 0$  时,  $f(x)$  取极大值, 极大值  $f(0) = 5$

当  $x = 1$  时,  $f(x)$  取极小值, 极小值  $f(1) = \frac{29}{6}$

27. 【答案】 这是个一阶线性非齐次微分方程

$$P(x) = -\frac{1}{x}, \quad Q(x) = 2 \ln x$$

$$\text{故通解为 } y = e^{\int \frac{1}{x} dx} \left( \int 2 \ln x e^{\int -\frac{1}{x} dx} dx + C \right)$$

$$\begin{aligned}
&= x \cdot \left( 2 \int \frac{\ln x}{x} dx + C \right) \\
&= x [(\ln x)^2 + C]
\end{aligned}$$

28. 【答案】 D 在极坐标系里可表示为  $0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq r \leq 3$ , 故

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy = \int_0^\pi d\theta \int_0^3 r^2 \cdot r dr = \frac{81}{4} \pi$$