

2019 年成人高考学校招生全国统一考试

数 学

一、选择题(本大题共 17 小题, 每小题 5 分, 共 85 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $U=\{1, 2, 3, 4\}$ 集合 $M=\{3, 4\}$, 则 $C_U M = (\quad)$

A. $\{2, 3\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{1, 4\}$

2. 函数 $y = \cos 4x$ 的最小正周期为 (\quad)

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. π D. 2π

3. 设甲: $b=0$; 乙: 函数 $y=kx+b$ 的图像经过坐标原点, 则 (\quad)

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的充要条件

C. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

4. 已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. 则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = (\quad)$

A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. $\frac{1}{3}$

5. 函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域是 (\quad)

A. $\{x|x \geq -1\}$ B. $\{x|x \leq 1\}$ C. $\{x|-1 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x|x \leq -1\}$

6. 设 $0 < x < 1$, 则 (\quad)

A. $\log_2 x > 0$ B. $0 < 2^x < 1$ C. $\log_{\frac{1}{2}} x < 0$ D. $1 < 2^x < 2$

7. 不等式 $\left|x + \frac{1}{2}\right| > \frac{1}{2}$ 的解集为 (\quad)

A. $\{x|x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$ B. $\{x|-1 < x < 0\}$ C. $\{x|x > -1\}$ D. $\{x|x < 0\}$

8. 甲、乙、丙、丁 4 人排成一行, 其中甲、乙必须排在两端, 则不同

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的离心率为_____。

19. 函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 在 $x = 1$ 处的导数为_____。

20. 设函数 $f(x) = x + b$, 且 $f(2) = 3$, 则 $f(3) =$ _____。

21. 从一批相同型号的钢管中抽取 5 根, 测其内径, 得到如下样本数据(单位: mm): 110.8, 109.4, 111.2, 109.5, 109.1, 则该样本的方差为_____ mm^2 。

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. 已知为 $\{a_n\}$ 等差数列, 且 $a_3 = a_5 + 1$

(1) 求 $\{a_n\}$ 的公差 d ;

(2) 若 $a_1 = 2$, 求 $\{a_n\}$ 的前 20 项和 S_{20} 。

23. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $B=75^\circ$ ， $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(1) 求 $\cos A$ ；

(2) 若 $BC=3$ ，求 AB .

24. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $\odot M$ 的方程为 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$ ，

$\odot O$ 经过点 M .

(1) 求 $\odot O$ 的方程；

(2) 证明：直线 $x - y + 2 = 0$ 与 $\odot M$ ， $\odot O$ 都相切.

25. 已知函数 $f(x)=2x^3-12x+1$, 求 $f(x)$ 的单调区间和极值.

2019 年成人高考学校招生全国统一考试

数学答案与解析

1. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了补集的知识点.

【解析】 $C_U M = U - M = \{1, 2\}$.

2. 【答案】A

【考情点拨】本题考查了三角函数的最小正周期的知识点.

【解析】函数 $y = \cos 4x$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

3. 【答案】B

【考情点拨】本题考查了简易逻辑的知识点.

【解析】易知 $b = 0 \rightarrow y = kx + b$ 经过坐标原点, 而 $y = kx + b$ 经过坐标原点 $\rightarrow b = 0$, 因此甲是乙的充要条件.

4. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了两角和的三角函数的知识点.

【解析】 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2} \times 1} = 3$.

5. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了函数的定义域的知识点.

【解析】当 $1 - x^2 \geq 0$ 时, 函数 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 有意义, 所以函数 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 的定义域为 $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$.

6. 【答案】D

【考情点拨】本题考查了指数函数与对数函数的知识点.

【解析】当 $0 < x < 1$ 时, $1 < 2^x < 2$, $\log_2 x < 0$, $\log_{\frac{1}{2}} x > 0$

7. 【答案】A

【考情点拨】本题考查了绝对值不等式的知识点.

【解析】 $\left|x + \frac{1}{2}\right| > \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{2} > \frac{1}{2}$ 或 $x + \frac{1}{2} < -\frac{1}{2}$, 即 $x > 0$ 或 $x < -1$, 故绝对值不等

式的解集为 $\{x | x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$

8. 【答案】A

【考情点拨】本题考查了排列组合的知识点

【解析】甲乙必须排在两端的排法有 $C_2^1 \cdot A_2^2 = 4$ 种。

9. 【答案】B

【考情点拨】本题考查了向量的运算的知识点.

【解析】 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b = \frac{1}{2}(1, 1) - \frac{3}{2}(1, -1) = (-1, 2)$

10. 【答案】D

【考情点拨】本题考查了指数函数与对数函数运算的知识点.

【解析】 $\log_3 1 + 16^{\frac{1}{2}} + (-2)^0 = 0 + 4 + 1 = 5$

11. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了两点间距离的知识点.

【解析】令 $y = x^2 - 4x - 5 = 0$, 解得 $x = -1$ 或 $x = 5$, 故 A, B 两点间的距离为 $|AB| = 6$.

12. 【答案】A

【考情点拨】本题考查了函数的奇偶性的知识点

【解析】对于 A 选项, $f(-x) = -\frac{2}{-x} = \frac{2}{x} = -f(x)$ 故 $f(x) = -\frac{2}{x}$ 是奇函数.

13. 【答案】D

【考情点拨】 本题考查了双曲线的知识点.

【解析】 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点在 x 轴上易知 $a^2 = 9$, $b^2 = 16$, 故

$c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25$, 因此焦点坐标为 $(-5, 0)$, $(5, 0)$.

14. **【答案】** C

【考情点拨】 本题考查了直线的位置关系的知识点.

【解析】 两直线平行斜率相等, 故有 $-m = -2$, 即 $m = 2$.

15. **【答案】** B

【考情点拨】 本题考查了等比数列的知识点

【解析】 $a_2 a_3 a_6 a_7 = a_2 a_7 \cdot a_3 a_6 = (a_4 a_5)^2 = 36$.

16. **【答案】** D

【考情点拨】 本题考查了函数的定义域的知识点.

【解析】 $f(1) = f(2 \times \frac{1}{2}) = 4 \times \frac{1}{2} + 1 = 3$

17. **【答案】** B

【考情点拨】 本题考查了独立事件同时发生的概率的知识点.

【解析】 甲乙都射中 10 环的概率 $P = 0.9 \times 0.5 = 0.45$.

18. **【答案】**

【考情点拨】 本题考查了椭圆的知识点.

【解析】 由题可知, $a = 2$, $b = 1$, 故 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3}$. 离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

19. **【答案】** 0

【考情点拨】 本题考查了导数的知识点.

【解析】 $f'(x) = (x^2 - 2x + 1)' = 2x - 2$, 故 $f'(1) = 2 \times 1 - 2 = 0$

20. 【答案】 4

【考情点拨】 本题考查了一元一次函数的知识点

【解析】 由题可知 $f(2)=2+b=3$ ，得 $b=1$ ，故 $f(3)=3+b=3+1=4$ 。

21. 【答案】 0.7

【考情点拨】 本题考查了样本方差的知识点.

【解析】 样本平均值 $\bar{x} = \frac{110.8+109.4+111.2+109.5+109.1}{5} = 110$

故样本方差

$$S = \frac{(110.8-110)^2 + (109.4-110)^2 + (111.2-110)^2 + (109.5-110)^2 + (109.1-110)^2}{5} = 0.7$$

22. 【答案】

(1) 设公差为 d ，易知 $a_5 = a_3 + 2d$,

故 $a_5 = a_3 + 2d = a_3 - 1$ ，因此有 $d = -\frac{1}{2}$

(2) 由前 n 项和公式可得

$$\begin{aligned} S_{20} &= 20a_1 + \frac{20 \times (20-1)}{2} \times d \\ &= 20 \times 2 + \frac{20 \times (20-1)}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -55 \end{aligned}$$

3. (1) 由 $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 得 $C = 45^\circ$.

故 $A = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$. 因此 $\cos A = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

(2) 由正弦定理 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$

$$\text{故 } AB = \frac{BC \sin C}{\sin A} = \frac{3 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{6}$$

24. 【答案】

(1) $\odot M$ 可化为标准方程 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = (2\sqrt{2})^2$

其圆心 M 点的坐标为 $(1, -1)$,

半径为 $r_1 = 2\sqrt{2}$,

$\odot O$ 的圆心为坐标原点,

可设其标准方程为 $x^2 + y^2 = r^2$,

$\odot O$ 过 M 点, 故有 $r_2 = \sqrt{2}$

因此 $\odot O$ 的标准方程为 $x^2 + y^2 = 2$.

(2) 点 M 到直线的距离 $d_1 = \frac{|1+1+2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

点 O 到直线的距离 $d_2 = \frac{|0+0+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

故 $\odot M$ 和 $\odot O$ 的圆心到直线 $x-y+2=0$ 的距离均等于其半径,

即直线 $x-y+2=0$ 与 $\odot M$ 和 $\odot O$ 都相切.

25. 【答案】

$$f'(x) = 6x^2 - 12 \text{ 令 } f'(x) = 0$$

$$\text{可得 } x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$$

当 $x < -\sqrt{2}$ 或 $x > \sqrt{2}$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ 时, $f'(x) < 0$; 故 $f(x)$ 的单调增区间是 $(-\infty, -\sqrt{2}]$, $(\sqrt{2}, +\infty]$

单调减区间是 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$. 当 $x = -\sqrt{2}$ 时, 函数取得极大值 $f(-\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 1$;

当 $x = \sqrt{2}$ 时, 函数取得极小值 $f(\sqrt{2}) = -8\sqrt{2} + 1$